

# Der Rechnungsstock

Von Dieter Grillmayer

Aus dem Internet: Für viele Amerikaner ist das weltweit fast überall gültige metrische System mit seinen Kilometern und Metern, Tonnen und Kilogramm, Litern und Millilitern ein Graus. Sie halten es lieber mit Meilen, Fuß und Zoll. Mit Unzen, Quarts und vielen anderen Maßeinheiten, die dem Rest der Welt exotisch und verwirrend vorkommen: Eine Meile hat 5280 Fuß, wohingegen ein Kilometer tausend Meter hat. Ein Meter hat hundert Zentimeter, wohingegen ein Fuß (Foot) zwölf Zoll (Inches) hat. Und ein Inch wiederum misst 2,54 Zentimeter. Das ist nichts für kopfrechenschwache Europäer, die kein Gefühl für das US-Maßsystem entwickelt haben.

Dieser „Vorspann“ ist insofern von Belang, als er die Längenmaße Zoll und Fuß = 12 Zoll nennt, die im nachstehenden Text eine Rolle spielen, weil dieser einen „Rechnungsstock“ aus dem Bereich der Forstwirtschaft und aus einer Zeit betrifft, wo auch bei uns in Österreich noch mit Zoll (2,54 cm) und Fuß (30,48 cm) sowie wohl auch mit Meilen ( $\approx 1,609$  km) gearbeitet worden ist. Erst um 1880 wurde auf das metrische System umgestellt.

Hinsichtlich der Flächen- und Raumaße gilt in Folge 1 Quadratfuß = 144 Quadratzoll, indem ein Quadrat von 1 Fuß Seitenlänge 144 Quadrate von je 1 Zoll Seitenlänge enthält und analog 1 Kubikfuß = 1728 Kubikzoll ( $\approx 0,028$  m<sup>3</sup> oder 28 Liter).

## Die Vorgeschichte

Dem Verein „Kulturgüter Sensenschmiede“ in Micheldorf wurde für sein Museum ein Holzstock, siehe das nachfolgende Bild, übergeben, den ein deutscher Urlauber ein paar Jahre davor in der Steyrling gefunden hatte:



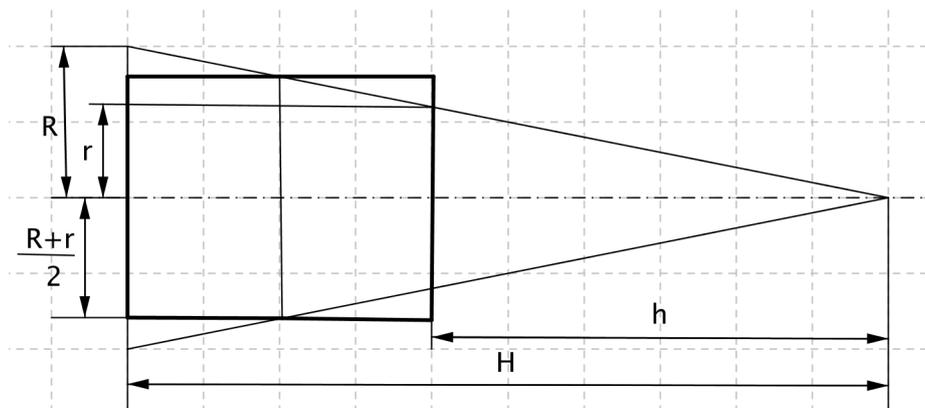
Der Stock mit quadratischem Querschnitt ist ca. 130 cm lang, trägt auf einer Seite die Inschrift „Rechnungs:Stog. fir. Josef. Kefer. 1854.“, die anderen drei Seiten zeigen unterschiedliche Skalen, einmal bis 36 Zoll und einmal bis 3 Fuß (12 Zoll = 1 Fuß). Die vierte Seite des Stockes trägt die Zahlenreihe: „20 27 35 44 55 66 78 92 107 123 140 158 177 197 218 241 264 289 314 341 369 398 428 459 491 525 559 594 631 668 707“.

Auf diese Skala konnte sich der genannte Verein zunächst keinen Reim machen. Es war lediglich zu vermuten, dass sie mit dem Zoll-Maßstab in einem Funktionszusammenhang steht, dass also, siehe das Foto, zu 6 Zoll die Zahl 20, zu 7 Zoll die Zahl 27, zu 8 Zoll die Zahl 35 usw. gehört. In dieser Situation fragte mein ehem. Schüler Kurt Rossacher, der mit dem Micheldorfer Verein offenbar in Verbindung steht, bei mir an, ob ich „mit dieser Zahlenreihe etwas anfangen“ könne. Konnte ich nicht, zumal mir die wesentliche Funktion dieses Stockes nicht bekannt war.

**Er diene seinem Benützer nämlich dazu, das Volumen eines Baumstammes (in Kubikfuß) zu berechnen.** Dieser Zweck des Rechnungsstockes und seine Handhabung konnten schließlich (über google) einer (ur)alten Folge der „Österr. Zeitschrift für den Landwirt, Forstmann und Gärtner“ unter dem Titel „Anweisung, den kubischen Inhalt runder Hölzer ohne algebraische Rechnung und ohne Tabellen genau zu ermitteln“ entnommen werden, wovon mich mein ehem. Schüler dankenswerter Weise informiert hat. Und mir erscheint der Sachverhalt interessant genug, um ihm diesen kleinen Aufsatz zu widmen.

### Das Volumen eines Drehkegelstumpfes

Zur exakten Beschreibung müssen wir zunächst ein wenig in die reine (Raum-)Geometrie eintauchen, die ja bekanntermaßen die Abstraktion konkreter, in unserer Lebenswelt vorkommender räumlicher Phänomene und Formen zum Inhalt hat. Was von einem Baum nach Entfernung des Wurzelwerks und der Krone übrig bleibt, was in Österreich dann auch als „Bloch“ bezeichnet wird und als Nutzholz für vielerlei Zwecke zu gebrauchen ist, das kann zu einem Drehkegelstumpf abstrahiert werden, dessen Volumen näherungsweise dem eines Drehzylinders entspricht, siehe die folgende Zeichnung:



Das Volumen  $V_S$  des Stumpfes errechnet sich exakt als Differenz des Volumens  $V_1 = \pi/3 \cdot R^2 \cdot H$  des Drehkegels mit dem Basiskreisradius  $R$  und der Höhe  $H$  und des Volumens  $V_2 = \pi/3 \cdot r^2 \cdot h$  des Drehkegels mit dem Basiskreisradius  $r$  und der Höhe  $h$ .  $V_S$  unterscheidet sich nicht wesentlich vom Volumen  $V_Z = \left(\frac{R+r}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot (H-h)$  eines Drehzylinders mit der Höhe  $H-h$  und einem Basiskreisradius, welcher das arithmetische Mittel aus  $R$  und  $r$  ist.

In unserer Zeichnung ist  $R = 2$ ,  $H = 10$  und  $h = 6$ , woraus sich zufolge der Proportion  $R : H = r : h$  für  $r$  der Wert 1,2 ergibt und als Mittelwert der beiden Radien 1,6. Daraus folgen die Werte  $V_S \approx 32,84$  und  $V_Z \approx 32,17$ . Der Näherungswert ist immer kleiner als der exakte Volumenswert, nähert sich diesem aber umso mehr an, je „schlanker“ der Drehkegelstumpf ist. Und unsere Baumstümpfe („Bloche“), um die es in diesem letztlich praktischen Beispiel ja geht, lassen an „Schlankheit“ wohl nichts zu wünschen übrig.

## Der Funktionszusammenhang

Der vermutete Funktionszusammenhang besteht darin, dass dem arithmetischen Mittel der Maßzahlen der Baumstammdurchmesser an den beiden Enden – diese werden zuvor in Zoll gemessen – eine Maßzahl zugeordnet wird, die jeweils das Hundertfache des bereits in Quadratfuß umgerechneten Inhalts der zugehörigen Kreisfläche angibt.

Dieser wahrhaft gefinkelte und wirklich nicht einfach zu beschreibende Zusammenhang kann wohl nur durch konkrete Beispiele verdeutlicht werden, wie dies auch in der genannten Quelle geschieht, in der übrigens die beiden Enden des Baumstumpfes „Stammende“ und „Zopfende“ genannt werden. Werden also (vom Forstmann) an diesen Enden die Durchmesserlängen 18 Zoll und 12 Zoll gemessen, so beträgt das arithmetische Mittel 15, das ist der x-Wert, zu dem laut Rechnungsstock der Wert  $y = 123$  gehört. Diesen erhält man nach der Formel für die Kreisfläche  $A = r^2 \cdot \pi = 7,5^2 \cdot \pi \approx 176,71$  Quadatzoll. Division durch 144 ergibt Quadratfuß, das sind dann ungefähr 1,227 und das Hundertfache gibt (gerundet) 123.

### Die Berechnung des Rauminhaltes

Das ist für den Forstmann nun ganz einfach, hat er auf seinem Stock doch schon eine Maßzahl für den „mittleren“ Stammquerschnitt, nämlich das Hundertfache des Quadratfuß-Wertes der betreffenden Kreisfläche. In Anwendung der Näherungsformel braucht er diese Zahl daher nur noch mit der in Fuß gemessenen Länge des Holzstammes zu multiplizieren.

Werde bei obigem Beispiel mit den 18 Zoll bzw. 12 Zoll langen Kreisdurchmessern eine Stammlänge von z. B. 40 Fuß gemessen, so ergibt das einen Wert von  $123 \cdot 40 = 4920$  als das Hundertfache des Rauminhaltes in Kubikfuß, also hat der ganze Baumstamm ein Volumen von ca. 49,2 Kubikfuß ( $\approx 1,38 \text{ m}^3$ ). Mit dem Preis für ein Kubikfuß Holz multipliziert ergibt sich der Geldwert, den dieses „Bloch“ beim Verkauf einbringen sollte.

dgm/03.07.20