

# Im Reich der Geometrie

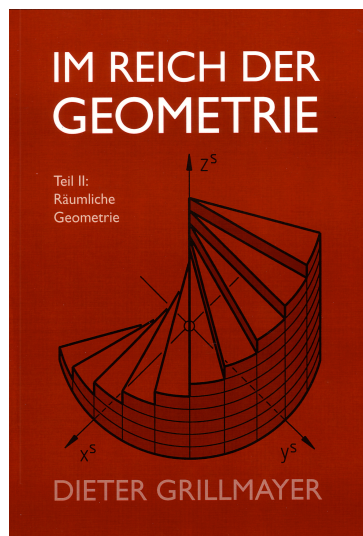
## Teil II: Räumliche Geometrie

Räumliche Geometrie ist die Geometrie unseres natürlichen Lebensraumes, oder, wie E. Colerus sagt: „Die ganze Welt ist Geometrie“. Gleichwohl bedarf es einer gediegenen Theorie, wenn es um das Erkennen und Verstehen der in der Geographie, der Biologie, der in Technik und Kunst versteckten Geometrie gehen soll.

Der Schulunterricht zur räumlichen Geometrie umfasst auf Sekundarstufe I die Vorstellung geometrischer Körper und einschlägige Berechnungen, insbesondere die von Rauminhalten, und auf Sekundarstufe II die dreidimensionale Koordinaten- und Vektorgeometrie, allerdings meist nicht als eine Geometrie „zum Anfassen“, sondern als reine Rechenübung und losgelöst von konkreten Problemstellungen. Das hat u. a. mit Vorstellungsschwierigkeiten zu tun und weil auch die Werkzeuge für eine konstruktive Behandlung räumlicher Gegebenheiten nicht zur Verfügung stehen. Diesen Mängeln versucht dieses Buch durch Einbeziehung von Inhalten der Darstellenden Geometrie (DG) zu begegnen, was auch das Anfertigen von Modellen mit einschließt und der „Begreifbarkeit“ zugute kommen sollte.

Sicher lässt sich aus dem Buch aber auch dann Gewinn ziehen, wenn die handwerklich-konstruktive Komponente außer Acht gelassen und das Zustandekommen der Zeichnungen nicht nachvollzogen wird. Neben dem Auffrischen und Festigen von Schulwissen können Einsichten gewonnen werden, die über die Schulgeometrie ein gutes Stück hinausgehen: Die enge Verflechtung von Algebra und Geometrie auch im dreidimensionalen und nichtlinearen Bereich, Erzeugung und Eigenschaften

verschiedener Flächengattungen, wie z. B. Schieb-, Schraub- und Strahlflächen, sowie deren Vorkommen „im täglichen Leben“, Anwendungen der „reinen Lehre“ auf geographische Phänomene, etwa die Sonnendeklination und die „Mitternachtssonne“, sowie in der Baugeometrie, wo quer durch Europa spezifische Beispiele aufgezeigt und kommentiert werden.

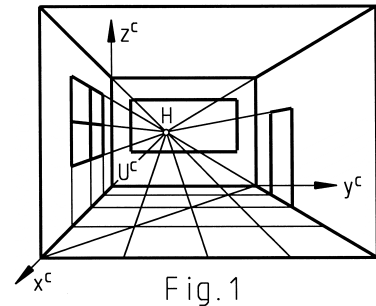


Die „Räumliche Geometrie“ (ISBN 9783839155936) hat 212 Seiten und ist im Buchhandel oder per Internet zum Preis von € 19,80 beziehbar. Die „Ebene Geometrie“ (ISBN 9783837023350) hat 196 Seiten und kostet ebenfalls € 19,80.

### Textausschnitte und Abbildungen

1. In einem Vortragsraum sitzt das Publikum der „Stirnseite“ zugewandt, von wo aus der Lehrer in einem Klassenraum „frontal“ unterrichtet (Fig. 1). Davon leitet sich die Bezeichnung *stirnparallel* oder *frontale Ebenenstellung* für alle zur Stirnwand parallelen Ebenen ab. Diese Anordnung gibt auch den Begriffen „links“ und „rechts“

sowie „vorne“ und „hinten“ einen konkreten Sinn, indem diese auf die Position des Publikums bzw. der Schüler bezogen werden.



2. Ein *Prisma* ist ein Körper, der von parallelen und kongruenten n-Ecken als *Basis-* und *Deckfläche* sowie von n Parallelogrammen als *Seitenflächen* begrenzt wird. Jede Seitenfläche wird von je einer *Basis-* und *Deckkante* sowie von zwei *Seitenkanten* gebildet. Alle n Seitenkanten eines Prismas sind parallel und gleich lang. – Als Naturphänomen sind prismenförmige Basaltsäulen z. B. am *Giant's Causeway* an der Nordküste Irlands zu sehen.



3. Das Volumen  $V_n$  der einer Pyramide (Grundfläche  $G$ , Höhe  $h$ , Volumen  $V$ ) umschriebenen „Stufenpyramide“ (Fig. 2) ist die Summe der Volumina von  $n$  geraden Prismen mit den Grundflächen  $G_1, G_2, \dots, G_n = G$  und jeweils gleicher Höhe  $h/n$ . ..... Umformungen führen zu

$$V_n = \frac{Gh}{6} \cdot \left(2 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2}\right)$$

und daraus ist ersichtlich, dass die Volumina der Stufenpyramiden mit zunehmendem  $n$  von oben her dem Grenzwert  $V = G \cdot \frac{h}{3}$  zustreben. (Für  $n = 1$  ergibt sich aus obiger Formel das Prismenvolumen, wie es sein soll.)

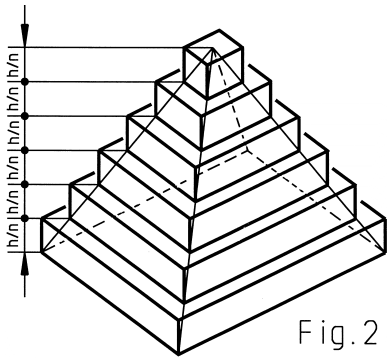


Fig. 2

4. Kugelschnitte: Wird eine Halbkugel nach vier lotrechten Ebenen geschnitten, die ein dem Randkreis der Halbkugel eingeschriebenes Quadrat umschließen, so entsteht aus einer oberen Halbsphäre eine *Hängeskuppel* und aus der unteren Hälfte einer Vollkugel ein *romantisches Würfelkapitell*, wie ein solches etwa in der Krypta der *Abteikirche von Ma. Laach/BRD* zu besichtigen ist.



5. Dachformen: Ein *Kreuzdach* ist eine Dachform, bei der einander zwei *Satteldächer* mit gleicher (quadratischer) Grundfläche durchdringen (Fig. 3).

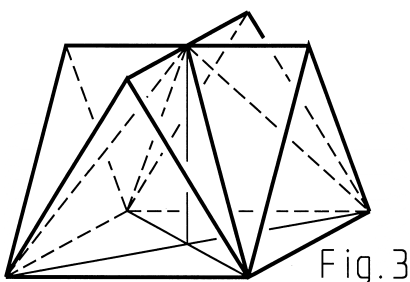


Fig. 3

Die beiden *Firste* schneiden einander unter rechtem Winkel. Bei *Turmdächern* kommt in der Regel noch eine Durchdringung mit einer regelmäßigen quadratischen oder achtseitigen Pyramide dazu, deren Symmetrieebenen mit denen des Kreuzdaches übereinstimmen.

Vorschlag zum Selbermachen: Einen anschaulichen Riss von einem Turmdach anfertigen, das dem der *Marktkirche in Hannover* nachempfunden ist. Bei diesem wird ein (steiles) Kreuzdach von einem koaxialen geraden Prisma durchdrungen, dessen quadratische Basis zur Basis des Kreuzdaches zentrisch ähnlich ist. Auf dem Prisma sitzt dann nochmals ein Kreuzdach, das von einer regelmäßigen Pyramide mit identischer Grundfläche durchdrungen wird.

6. Ein Bleistiftspitzer spitzt den Stift drehkegelförmig zu, was im Falle eines sechskantigen Schafts als Durchdringung (Durchschnitt) eines sechskantigen Prismas mit einem Drehkegel interpretiert werden kann. Gleiches gilt für Köpfe und Muttern der üblichen Sechskantschrauben, wo die Kanten der Sechsecke drehkegelförmig abgerundet sind (Fig. 4). Als achsenparallele Drehkegelschnitte sind die dabei auftretenden Kurvenstücke (kongruente) Hyperbelbögen.

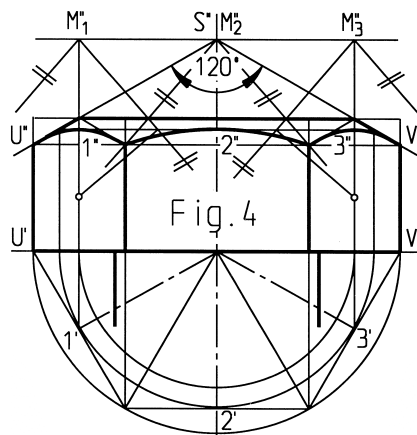
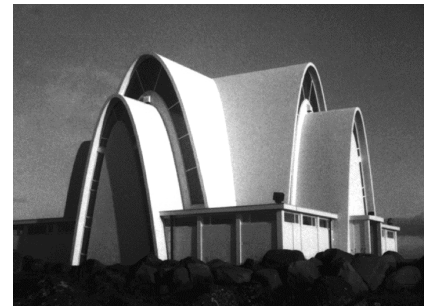


Fig. 4

7. Ein besonders schönes Beispiel aus der Baugeometrie findet sich in *Kopavogur*, einem Vorort von Islands Hauptstadt Reykjavik. Dort

steht eine Kirche, die von zwei einander unter rechtem Winkel schneidenden *parabolischen Zylindern* überdacht wird. Die Durchdringungskurve zerfällt in zwei Parabeln, weil neben der offensichtlichen Berührung im Scheitelpunkt auch noch eine Berührung der beiden Flächen im Unendlichen stattfindet.



8. Aus *Tonnengewölben* können durch dazu rechtwinklig angeordnete Halbzylinder mit gleicher *Stichhöhe* das *Kreuzgewölbe* und das (geschlossene) *Klostergewölbe* abgeleitet werden. Letzteres dient vornehmlich der Überwölbung einzelner Räume, während Ersteres gerne in mehreren *Jochen* bei der Überwölbung von Gängen auftritt. Das Foto zeigt einen mit einem Kreuzgewölbe ausgestatteten Gang im *Schulgebäude des BRG Steyr-Michaelerplatz*, einem ehemaligen Jesuitenkloster. Beiden Gewölben ist gemeinsam, dass die Durchdringungen nach zwei kongruenten Halbellipsen stattfinden, weil die beiden Halbzylinder einander im Scheitelpunkt berühren.

